Квантовая Магия, том 9, вып. 1, стр. 1137-1145, 2012

Неполнота и число 137

А.В. Каминский

(Получена 12 декабря 2011; опубликована 15 января 2012)

Квантовые флуктуации рассматриваются как результат субъективной ренормализации объективной мировой динамики. На этой основе делается попытка осмысления происхождения постоянной тонкой структуры.

Все хорошие физики-теоретики
выписывают это число на стене и
мучаются из-за него.
Р.Фейнман

А.Эйнштейн писал: “Скорость света c является одной из величин, входящих в физические уравнения в качестве “универсальной постоянной”. Однако если взять за единицу времени вместо секунды то время, которое свет проходит 1 см, то "c" больше не будет входить в уравнения. В этом смысле можно сказать, что постоянная "c" является лишь кажущейся универсальной постоянной".
Большинство констант, которые принято считать фундаментальными не являются ими. По сути, они являются просто переводными коэффициентами между разнородными искусственно введенными мерами. Только инвариантные безразмерные комбинации этих коэффициентов имеют право называться фундаментальными константами. Поэтому, правильный выбор системы единиц чрезвычайно важен. И это не простая формальность, позволяющая упростить уравнения, а процедура подобная выбору координатной системы или приведению матрицы к главным осям. Она позволяет выявить существенное и исключить побочные "закономерности", обусловленные традицией, интересной лишь историкам науки.

Перейдем к системе единиц, в которой c = 1. То есть $\delta x = \delta\tau$. Такой выбор единиц означает, что мы в качестве единицы измерения времени берем расстояние, выраженное в световых секундах:

$$1\text{sec} = 3\cdot 10^{8}\,\text{m}. \qquad (1)$$

Такой выбор не только упрощает уравнения, но и оправдывается тем, что время, как таковое, мы ни когда не измеряем. Мы всегда измеряем одно движение относительно другого движения в пространстве. На это обратил внимание еще Э.Мах, а Эйнштейн пытался интегрировать эту идею в теорию относительности. Известно, что мысль о том, что ему так и не удалось воспользоваться этой красивой идеей в своих теоретических построениях, преследовала его на протяжении всей жизни. Теперь мы понимаем, что это было не возможно, так как, на физическом (субъективном) уровне это наблюдение не является строгим. И, только на фундаментальном (объективном) уровне оно становится совершенно точным.

В квантовой теории поля принята естественная система единиц [1], в которой постоянная Планка так же безразмерна и ħ =1. Что это означает? Воспользуемся соотношением (1): ħ = $1.0546 \cdot 10^{-34}\ m^2kg/s = 1.0546 \cdot 10^{-34}\ m^2kg/(3 \cdot 10^8\ m)$. Чтобы c=1 и ħ = 1 мы должны массу измерять обратными метрами (волновыми числами!), либо обратными секундами (частотой), а именно, должно быть:

$$1kg=2.8447*10^{42}m^{-1}=2.8447e+042m^{-1}*3 \cdot 10^8\ sec^{-1}=8.53 \cdot 10^{50}\ sec^{-1} \qquad (2)$$

Проверим правильность выбора единиц измерения. Для этого вычислим в наших единицах постоянную тонкой структуры (ПТС):

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \qquad (3)$$

Заряд электрона в системе СГС равен:
$e=4.803 \cdot 10^{-10}\ g^{1/2}cm^{3/2}s^{-1}=1.519 \cdot 10^{-14}\ kg^{1/2}m^{3/2}s^{-1}$. В выбранных нами единицах (1,2) заряд электрона безразмерная величина:

$$e \approx 0.0854 \qquad (4)$$

Квадрат этой величины характеризует силу электромагнитного взаимодействия и называется постоянной тонкой структуры:

$$\alpha = e^2 \approx (0.0854)^2 = \frac{1}{137} \qquad (5)$$

В чем смысл соотношения (5)? Разобраться в этом вопросе нам поможет старая полуклассическая модель атома Бора.

Атом Бора в субъективной физике

Напомним вкратце принципы субъективной физики, на основе которой мы будем вести дальнейшее изложение. Субъективная физика формализует представление о физическом наблюдателе, как конечном подмножестве $\{S\}$, объемлющего его множества $\{\Omega\}$. Эта модель естественным образом ограничивает точность измерения наблюдаемых. Это ограничение в формализме квантовой механики проявляется в форме ограничения на измерение некоммутируемых наблюдаемых. Это положение вещей мы называем ***физической или субъективной неполнотой***. Субъективная неполнота означает принципиальную невозможность части системы (наблюдателю или субъекту) иметь информацию о целой системе, содержащей наблюдателя. Следствием этого является неизбежность существования скрытых степеней свободы. Необходимость введения дополнительных измерений, а так же структура многомерной компактифицированной метрики могут быть обоснованы субъективной неполнотой восприятия физической реальности конечным субъектом [2] .

Полезно в качестве примера применения "философии" многомерия рассмотреть полуклассическую модель атома. Это позволит лучше прояснить некоторые важные детали, ускользающие при квантово-эмпирическом подходе, основанном на решении уравнений для комплексных амплитуд.

Рассмотрим атомно-подобную структуру – скалярный "электрон" движущийся в центральном поле неподвижного положительного заряда. Формально, даже классическое электродинамическое описание этой системы свидетельствует о некоем более сложном движении ***чего-то*** вокруг ядра, чем простое орбитальное. Рассмотрим часть действия, связанную с электромагнитным взаимодействием. В нерелятивистском случае оно имеет вид: $ds_1 = e\varphi\, dt + qA_\alpha dx^\alpha$, где $\varphi = \dfrac{e}{R}$ - скалярный потенциал; $A_\alpha = \dfrac{e}{R}V_\alpha$ - векторный потенциал; здесь $\alpha = 1,2,3$. Учитывая $A_\alpha = 0$, получим: $ds_1 = e\varphi\, dt = \dfrac{e^2}{R}dt = \dfrac{\alpha}{R}dt$. В системе СГС $ds_1 = \dfrac{\hbar c\alpha}{R}dt$. преобразуем это выражение следующим образом:

$ds_1 = \dfrac{\alpha \cdot \hbar}{\left(\dfrac{R}{c}\right)}dt = \dfrac{\alpha \cdot h}{\left(\dfrac{2\pi R}{c}\right)}dt = \dfrac{h}{\left(\dfrac{2\pi R}{\alpha \cdot c}\right)} = \dfrac{h}{T}dt$, где $T = \dfrac{2\pi R}{C_2}$ и $C_2 = \alpha \cdot c = \dfrac{c}{137}$ ([1])

T - период, обусловленный взаимодействием электрона с полем, равен времени движения электрона по окружности первой Боровской орбиты радиуса R со скоростью в ~137 раз меньшей скорости света.

$$V_e \approx \frac{c}{137} \qquad (6)$$

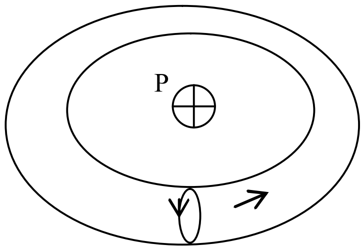
Этот факт был отмечен еще на заре квантово-релятивистской эры и использовался для определения постоянной тонкой структуры (ПТС). Другая часть действия связывается с массой электрона и равна:

$ds_2 = \dfrac{2\pi\hbar}{T^*}dt$, где $T^* = \dfrac{2\pi\hbar}{mc^2}$ период некоего дополнительного циклического движения. Результирующее действие: $ds = ds_1 + ds_2 = 2\pi\left(\dfrac{\hbar}{T} + \dfrac{\hbar}{T^*}\right)dt$. В системе единиц c=1, $\hbar = 1$ действие безразмерно и равно:

$$ds = 2\pi\left(\frac{1}{T} + \frac{1}{T^*}\right)dt \qquad (7)$$

Действие определяет число витков, наматываемых траекторией точки на 4-х мерный тор, вложенный в 5-ти мерное объективное пространство. Этот формально совершенно точный вывод опирается на корпускулярно-петлевую [4] интерпретацию волновых уравнений КМ.

[1] C_2 - фундаментальная константа с размерностью скорости, введенная Н.Козыревым [3].



Воспользуемся простыми (полуклассический подход) формулами[2] и вычислим отношение периодов T и T*.

$\frac{T}{T*} = \frac{2\pi R}{\alpha c} : \frac{h}{mc^2}$; Подставляя радиус первой Боровской орбиты $R = \frac{\hbar^2}{me^2}$, получим:

$$\frac{T}{T*} = \frac{\hbar^2 c^2}{e^4} = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 \approx (137)^2 \qquad (8)$$

На рисунке малая окружность тора образует скрытое измерение $-x^h$, которое можно назвать Комптоновским, поскольку его периметр равен Комптоновской длине волны электрона. Большая окружность – Боровская орбита. Отношение большой окружности тора к малой:

$$\frac{L}{L*} = \alpha^{-1} \approx 137 \qquad (9)$$

Из (8) и (9) следует, что число α возникает, как метрический инвариант, отражающий отношение мер времени (пространства) для физического и скрытого измерений. Заметим, что состояния большого цикла (T,L) являются состояниями субъекта, а состояния малого цикла (T*,L*) - скрытый слой над пространством его состояний. Здесь ПТС - степень субъективного вырождения[5] $\xi = 1/\alpha = 137$.

В 1936г , когда значение ПТС было известно только с точностью до единиц, М.Борн писал "Я думаю, что мы не имеем оснований считать ПТС целым числом". Интуиция не подвела Борна и в настоящее время нам известны, по крайней мере, 10 знаков этого числа после запятой. Сегодня интересно поставить другой вопрос, а именно, являются ли отношения (8) и (9) целочисленными. Другими словами, что мы можем сказать о рациональности числа α? Мы предполагаем, что число состояний атома, как и любой другой системы, включая сам мир, конечно и, следовательно, число α должно быть рациональным, например:

$$\frac{1}{\alpha} \approx \frac{137^2}{137} \equiv 137 \qquad (10)$$

[2] Известно, что полуклассический подход приводит к правильным выражениям для среднего радиуса орбит и спектральной серии Бальмера.

Числитель представляет собой полное число состояний нашего упрощенного атома. Знаменатель – число скрытых состояний. Числитель делится на знаменатель без остатка, и орбита на торе замкнута. Как станет ясно из дальнейшего, это нулевое приближение соответствует состоянию атома в отсутствии вакуумных флуктуаций. Однако, это приближение не соответствует действительности.

Субъективный скейлинг и Лембовский сдвиг

Мы можем предположить, что ультимативное значение ПТС должно соответствовать вакуумной поправке, приводящей к Лембовскому сдвигу энергетических уровней. Например, точность следующего целочисленного приближения близка к точности значения, известного из экспериментов:

$$\xi = \frac{1}{\alpha} \approx \frac{3068099}{22389} \approx 137.035999821[...] \qquad (11)$$

Числитель и знаменатель этой дроби, взаимно простые числа и ξ - дробное рациональное. С точки зрения динамики движения фазовой точки по поверхности тора это означает, что проделав $(137)^2$ оборотов по Боровской орбите, точка не попадет в исходное состояние, как это было бы для случая кратного отношения (10), но попадет в достаточно близкое состояние, соответствующее нулевому приближению. И только, совершив 3068099 оборотов, точка вернется точно в исходное состояние, завершив полный цикл.

Запишем рациональное приближение (11) в виде цепной дроби:

$$\frac{1}{\alpha} \approx 137 + \cfrac{1}{27 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{89 + \ddots}}}}}} \qquad (12)$$

Компактно это приближение запишем как: $\{a_0; a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\} = \{137; 27,1,3,1,1,89\}$. То есть в данном случае мы обрываем дробь на 6-ом члене.
В качестве примера запишем так же аналогичное рациональное приближение для отношения астрономических периодов – солнечного года и лунного месяца.

$$\frac{365.242191}{29.530589} \approx 12 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{17 + \ddots}}}}}} \qquad (13)$$

Это приближение записывается следующим образом:
$\{a_0; a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\} = \{12; 2,1,2,1,1,17\}$
Любой календарь работает на принципе постоянной коррекции. Так в календаре, предложенном еще греками и, которым мы пользуемся до сих пор, используется приближение $\{a_0; a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\} = \{12;,2,1,2,1,1\} = 12 + \frac{7}{19}$. Это означает, что каждые 19 лет делается коррекция на 7 месяцев. Ошибка такого календаря - сутки за 219 лет.
Если в астрономическом календаре обрезание цепной дроби – искусственный прием, то в атомном "календаре" такое обрезание может быть обусловлено физической неполнотой. Тогда скачки корректировки будут естественным проявлением субъективной неполноты. Такие скачки, проявляющиеся в виде вакуумного шума, действительно, наблюдаются в атомных системах приводя к так называемому, Лембовскому сдвигу энергетических уровней.
Длина цепной дроби определяется частотой среза (cut-off frequency) "субъективного (Low-pass) фильтра". Субъективный фильтр всегда естественным образом возникает для физического наблюдателя и обусловлен его неспособностью различать частоты выше $\omega^S = 1/T^S$. где T^S - характерное время, связанное с процедурой измерения. Таким образом, Лембовский сдвиг обнаруживается при измерении и обусловлен им. Следует заметить, что редукция квантовых состояний, которую мы интерпретируем, как перемасштабирование - субъективный скейлинг [5,6], нелинейна, как нелинейна и операция округления чисел. На этой нелинейности может происходить смешение фундаментальных частот субъекта и объекта с возникновением большого числа комбинированных частот:

$$f_d \le |pf_0 - qf_1| \le f_c \qquad (14)$$

Где p и q - целые числа. $\{f_d \; f_c\}$- полоса пропускания субъективного фильтра.
Нелинейная динамика приводит к перескокам по сетке комбинированных частот в этой области, что и является источником квантового шума. В нашем случае f_0 - частота основного состояния атома. Она равна: $f_0 = 3294110778466754.5$ Hz.
Мы предположили, что степень субъективного вырождения равна 137 . То есть, частота субъекта в 137 раз меньше объективной частоты системы субъект - объект. Тогда
$f_1 = f_0/137 = 24044604222385.0703125$ Hz

Вычислим соотношение (14) для $\frac{p}{q}$, выражающемся диафантовой аппроксимацией (12):

$\frac{p}{q} = \{137, 27, 1, 3, 1, 1, 89\}$. Для разных значений a_6 получим следующие значения частот биений:

………………………
87 - 2147327554.0 Hz
88 - 1073664864.0 Hz
89 - 2174.0 Hz (15)
90 - 1073668708.0 Hz
91 - 2147331398.0 Hz
………………………

Следует обратить внимание на то, что боковые частоты, а так же разность между всеми соседними частотами приблизительно совпадает с частотой Лембовского сдвига 1.06GHz. (При варьировании a_5 частоты попадают в террагерцовый диапазон. А при варьировании a_7 эти изменения чрезвычайно малы ~10kHz.) Наше рассмотрение очень грубое и едва ли следовало бы ожидать лучшего численного совпадения. Однако, если это совпадение не случайно, на это следует обратить внимание.

Наше исследование пересекается с работой французской группы ученых Planat и др [7], которые экспериментально исследовали флуктуации частот в гетеродинном смесителе на диодах Шотки. Авторы показали, что фазовый шум в этой системе имеет характерный спектр фликкер шума. Кроме того, перескоки частот осуществляются между разрешенными частотами, определяемыми диафантовой аппроксимацией соотношения p/q в выражении (14). На основе этого исследования авторы делают далеко идущие выводы о природе времени и фундаментальном характере фликкер шума, обусловленном арифметическими причинами. Planat пишет: "Время и его структура обусловлены нелинейным взаимодействием двух осцилляторов. Сила этого взаимодействия флуктуирует по универсальному закону, который в свою очередь определяется субъектом и способом наблюдения". Интуиция авторов вплотную подвела их к пониманию субъективного характера физических процессов.

В недавней статье А. Ольчака[8] приводится формула, достаточно хорошо аппроксимирующая постоянную тонкой структуры. Сам по себе факт существования таких формул не примечателен,- целая армия любителей на досуге занимаются "научной нумерологией", придумывая подобные соотношения. Поэтому, мы не стали бы на это обращать особого внимания, если бы не одно замечательное обстоятельство. В формуле Ольчака фигурирует постоянная Фейгенбаума δ, имеющая прямое отношение к хаотической динамике и, следовательно может быть связана с приведенным выше рассуждением. Напомним, что δ представляет собой знаменатель геометрической прогресии ряда параметра λ_I в каскаде бифуркаций при приближении к критической точке. Фейгенбаум исследовал простейшее квадратичное отображение:

$$x_{n+1} = \lambda x_n (1 - x_n) \qquad (16)$$

Константа Фейгенбаума – универсальна и не зависит от конкретной формы уравнения. На сегодняшний день расчётное значение постоянной Фейгенбаума (в пределах точности, требуемой для расчёта ПТС) составляет

$$\delta = 4.669211660910299... \qquad (17).$$

Величина ПТС весьма точно вычисляется, как корень простого уравнения

$$\frac{1}{\alpha} = 137 + \frac{\delta}{\frac{1}{\alpha} - \frac{\delta\pi}{2}} \qquad (18)$$

где $\pi = 3.141592653589$ и составляет $\alpha = 1/137.035999559...$, что аппроксимирует экспериментальное значение ПТС до десятого десятичного знака. Ольчак пишет, что не рассматривает совпадение полученного значения с экспериментальным как физически оправданное, но надеется, что это совпадение может дать повод задуматься для других исследователей. Действительно, в контексте изложенного выше, такое "совпадение" может оказаться не случайным.

Предположим, в качестве иллюстрации, что множество объективных состояний нашего мира $x_i \subseteq \Omega$ отображается в себя с помощью соотношения (16), определенного на конечном поле. Очевидно, что такая подмена возможна, ибо сам Фейгенбаум сделал свое открытие, пользуясь программируемым калькулятором, имеющим, очевидно конечное число состояний. Если число состояний достаточно велико, то единственное отличие от континуального приближения состоит в том, что в критической точке цепочка отображений образует конечный цикл. Последовательность состояний при этом можно охарактеризовать, как детерминированный хаос. Она максимально сложна или, как говорят – псевдослучайна. Поведение такой системы, как известно, определяется параметром λ. При $\lambda \to \lambda_c$ поведение системы после ряда бифуркаций становится хаотическим. Как будет выглядеть динамика для наблюдателя, являющегося частью модельного алгоритмического мира, описывающегося рекурентной формулой (16)?. Для рассматриваемого простого случая на этот вопрос ответить не трудно. Нужно просто принять во внимание тот факт, что наблюдатель занимает часть вычислительных ресурсов (ячеек) мирового "автомата" или калькулятора Фейгенбаума, вычисляющего (16). Весьма важным является и понимание того факта, что мы сами вместе с нашей аппаратурой являемся частью мира, в котором живем. Такому наблюдателю очевидно не могут быть доступны все состояния Ω мира - автомата. "Природа" для него будет представляться значительно более огрубленной, крупнозернистой, чем есть на самом деле. Другими словами, наблюдатель увидит мир ***перемасштабированным*** $\Omega \to Q$, где Q- множество квантовых состояний, являющихся классами пропорциональности, определенными над Гильбертовым пространством. Фрактальный хаос обретет черты некоего порядка. Так, если в нашей модели мир находится вблизи критического состояния $\lambda = \lambda_c$, то после масштабного преобразования, обусловленного переходом от объективного к субъективному наблюдателю, (а это имеет место в каждом акте измерения), значение параметра λ уменьшится и мы окажемся в бифуркационной области, где господствует определенный структурный порядок в виде многостадийного цикла. Возможно, что циклические процессы, начиная с субатомных колебаний и кончая динамикой галактических скоплений, являются следствием нашей ренормализованной субъективной точки зрения. В таком мире зачение ПТС определяется через 3 универсальные константы – степень субъективного вырождения $\xi = \frac{1}{\alpha} \approx 137$, постоянную Фейгенбаума δ и число π. Возникает вопрос - можно ли на основе изложенного понимания получить формулу Ольчака (18)?

Литература

1. ***П.А.М. Дирак*** Пути физики. — М.: Энергоиздат, 1983.– С.0-0
2. ***А.В.Каминский.*** "Геометрия субъективной вселенной". http://quantmagic.narod.ru/volumes/VOL622009/p2110.pdf
3. ***Н. А. Козырев.*** Причинная или несимметричная механика в линейном приближении. — Пулково: ГАО, 1958. — 90 с.
4. ***А.В. Каминский*** . "Что описывают волновые уравнения" http://www.quantmagic.narod.ru/volumes/VOL622009/p2101.html
5. ***А. В.Каминский.*** "Механика квантовой механики" http://www.quantmagic.narod.ru/volumes/VOL542008/p4121.html
6. ***A.V. Kaminsky, S.E. Shnoll.*** "The study of synchronous (by local time) changes of the statistical properties of thermal noise and alpha-activity fluctuations of a ^{239}Pu sample". http://arxiv.org/ftp/physics/papers/0605/0605056.pdf
7. ***Michel Planat*** . "1/F noise, the measurement of time and number theory". Fluctuation and Noise Letters. Vol1, No1, 2001.
8. ***А. С. Ольчак.*** "О возможной связи фундаментальных констант физики: постоянной тонкой структуры и постоянной Фейгенбаума". — Естественные и технические науки. — 2009. — № 2. — стр. 19—22